

# Les prédictions de Stephen Hawking

En 1974, Stephen Hawking a proposé que les trous noirs émettent une radiation thermique. Cette hypothèse a clos un vif débat sur la thermodynamique des trous noirs. Elle a favorisé de nombreux développements et a profondément influencé les recherches en gravité quantique. Mais elle a aussi soulevé des questions toujours sans réponse.

Renaud PARENTANI  
est professeur  
au Laboratoire de physique  
théorique d'Orsay.

## L'ESSENTIEL

- ➔ En 1974, Stephen Hawking prédit que les trous émettent un rayonnement.
- ➔ On en déduit que les trous noirs sont dotés d'une entropie. Toutefois, on ignore encore à quoi elle correspond.
- ➔ La découverte de la radiation Hawking a conduit à de nombreux résultats étonnants.
- ➔ Ainsi, l'effet Unruh, selon lequel un observateur en mouvement uniformément accéléré se retrouve dans un environnement chaud, est un analogue cinématique de la radiation de Hawking.

En 1972, en combinant des travaux pré-existants et en regroupant leurs efforts, Brandon Carter et Stephen Hawking, de l'Université de Cambridge, en Grande-Bretagne, ainsi que James Bardeen, de l'Université Yale, aux États-Unis, publient un article désormais célèbre et intitulé *Les quatre lois de la thermodynamique des trous noirs*. Ils y établissent une analogie précise entre les lois de transformation des trous noirs et celles qui relient les états d'équilibre en thermodynamique. En particulier, ils complètent l'observation du caractère irréversible de l'évolution d'un trou noir en démontrant que l'aire de son horizon ne peut qu'augmenter au cours du temps, en analogie avec le second principe de la thermodynamique selon lequel l'entropie d'un système ne peut aussi qu'augmenter. Rappelons que l'entropie quantifie le désordre d'un système macroscopique, tel un gaz ou une étoile. Plus précisément, elle correspond au logarithme du nombre d'états microscopiques indistinguables aux échelles macroscopiques. Toutefois, cette analogie est purement mathématique : pour les auteurs, les trous noirs ne sont pas des objets thermodynamiques. Leur raisonnement est fondé sur le fait que les trous noirs sont vides de matière, ce qui ne permet apparemment pas d'incorporer les notions de flux de chaleur et de température.

La même année, par un tout autre raisonnement, Jacob Bekenstein, alors étudiant sous la direction de John Wheeler à l'Université de Princeton, aux États-Unis, parvient à une conclusion inverse : pour conserver la validité du second principe, on doit attribuer une entropie aux trous noirs. Il défend aussi l'idée que cette entropie est proportionnelle à l'aire de leur horizon. En d'autres termes, à l'inverse des auteurs précédents, il affirme que l'analogie avec

Shutterstock/Valeriy Lebedev



la thermodynamique est bien de nature physique. Cette interprétation fut énergiquement combattue par S. Hawking jusqu'au jour, en 1974, où il prit en compte les effets de la mécanique quantique jusqu'alors ignorés. À sa grande surprise, ses calculs indiquèrent que l'hypothèse thermodynamique de J. Bekenstein était parfaitement fondée : les trous noirs émettent bien une radiation.

### Reviement de situation

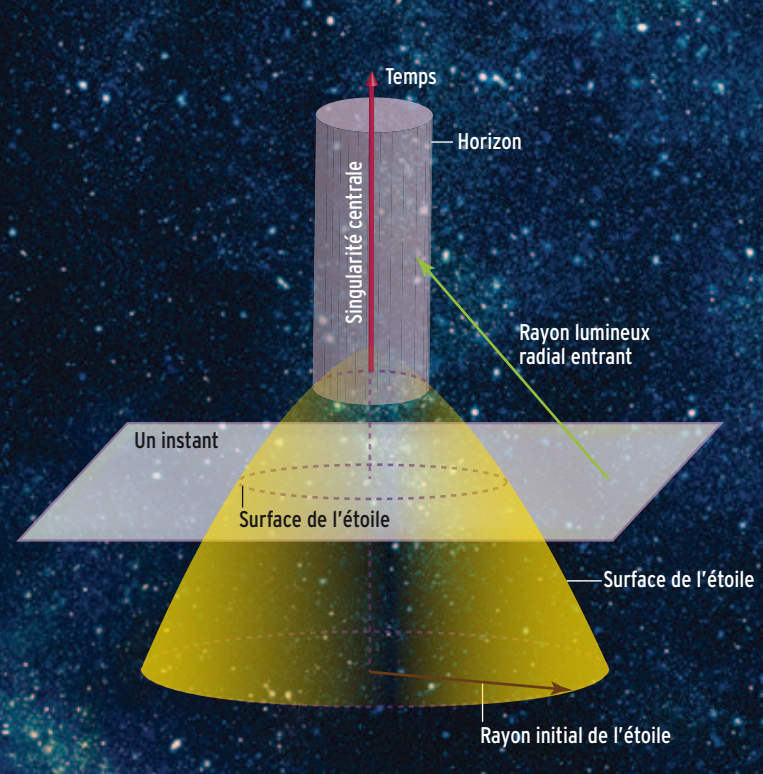
Pour expliquer ce retournement de situation, nous présenteront les propriétés géométriques des trous noirs, car elles déterminent les propriétés de la radiation qu'ils émettent. Nous expliquerons ensuite que la découverte de S. Hawking résulte de la combinaison de deux aspects distincts qui peuvent être analysés, mais aussi expérimentalement testés, de façon indépendante. Le premier concerne la diffusion des ondes lumineuses au

voisinage de l'horizon du trou noir et le second la prise en compte d'effets quantiques. Enfin, nous exposerons les principales questions que soulève cette radiation, et indiquerons que certains aspects pourraient ne pas être propres aux trous noirs, mais aussi caractériser l'espace-temps lui-même !

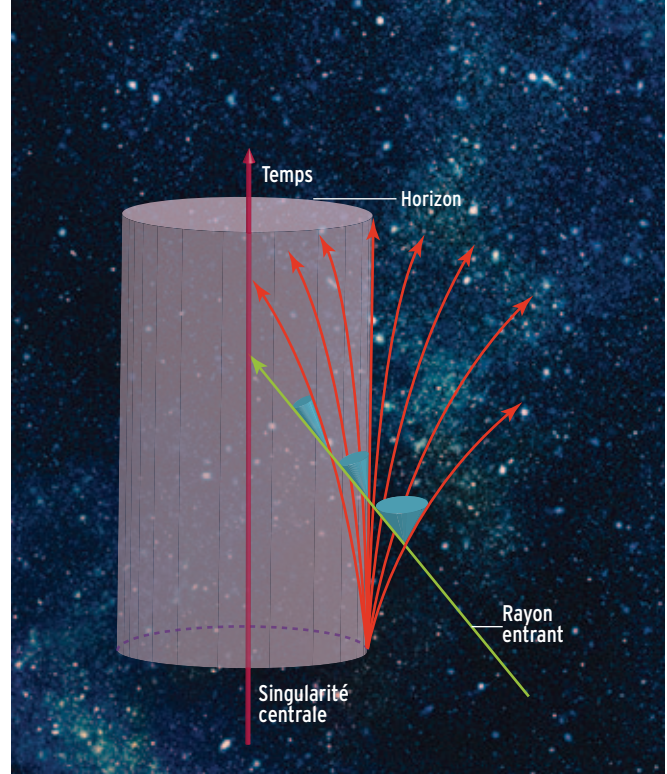
En relativité générale, les trous noirs sont des objets particulièrement simples lorsqu'ils sont isolés. En effet, quand ils ne sont ni alimentés par un disque d'accrétion, ni en contact proche avec une astre voisin (une étoile à neutrons ou un autre trou noir) qui les déforme par effet de marées, ils sont entièrement caractérisés par leur masse et leur moment orbital (voir *Le spin des trous noirs*, par J.-P. Lasota, page xxx). Cette extrême simplicité est étonnante, car les trous noirs sont des objets macroscopiques : ils auraient donc pu dépendre de nombreuses quantités microscopiques à l'instar des étoiles. Leur simplicité traduit le fait qu'ils sont des

UN MÉTAL chauffé à blanc émet des photons dont la longueur d'onde dépend de la température. De même, un trou noir émet un rayonnement thermique qui varie selon la température et donc la masse de l'astre.





L'ESPACE-TEMPS OBTENU par effondrement gravitationnel. Ici, le temps s'écoule vers le haut, l'axe vertical est situé au centre de l'étoile, et seules deux des trois dimensions spatiales sont représentées. À chaque instant, c'est-à-dire dans un plan horizontal, la surface sphérique de l'étoile est ici représentée par une circonférence. Son rayon décroît au cours du temps. Dans la partie supérieure du diagramme, le cylindre vertical de rayon constant (*en violet*) représente l'horizon du trou noir. Celui-ci apparaît lorsque la masse de l'étoile pénètre à l'intérieur de cette surface. Au centre du diagramme, la ligne épaisse représente la singularité. Ce qui s'y passe n'est pas compris, mais reste (sans doute) confiné dans un voisinage immédiat. La géométrie spatio-temporelle entourant l'horizon (*en violet*) d'un trou noir est révélée par la trajectoire de rayons lumineux qui se



propagent de façon radiale. Nous avons représenté en vert un rayon entrant qui franchit l'horizon et en rouge une famille de rayons sortants : ceux qui démarrent à l'extérieur de l'horizon s'éloignent du trou noir ; ceux qui partent à l'intérieur sont piégés et tombent vers la singularité centrale, celui qui démarre exactement sur l'horizon se propage à jamais le long de celui-ci. Pour démontrer que l'horizon d'un trou noir fait partie du cône de lumière, trois cônes ont été dessinés. Lorsque le sommet du cône est situé à l'extérieur de l'horizon, une partie des rayons s'éloignent du trou noir. À l'inverse, quand il se trouve à l'intérieur, quelque soit la direction choisie, tous les rayons se dirigent vers la singularité centrale : aucun signal ne sort. Enfin lorsque le sommet se trouve exactement sur l'horizon, le cône est tangent à l'horizon.

solutions stationnaires stables : ils sont comme figés dans le temps et n'évoluent plus. En effet, un trou noir perturbé par l'adjonction de matière évolue de façon irréversible vers un nouvel état stationnaire. Les trous noirs sont donc des états d'équilibre, l'ultime étape de l'évolution gravitationnelle.

## La géométrie des trous noirs

Pour simplifier la discussion, nous ne considérerons dans cet article que les trous noirs sans moment orbital. Ces objets sont à symétrie sphérique et caractérisés par leur seule masse. Ils sont obtenus par effondrement gravitationnel d'une étoile qui ne tourne pas sur elle-même (*voir la figure ci-dessus à gauche*). Dans le futur de l'effondrement, l'espace-temps ainsi engendré est vide. En effet, l'extérieur de l'étoile occupe tout l'espace-temps futur, car la matière stellaire est cantonnée dans le passé. Les processus physiques postérieurs à l'effondrement, tels la radiation de Hawking qui nous occupe, sont donc indépendants de cet événement. Dès lors, nous ne tiendrons compte que de cette géométrie vide qui est aussi statique, c'est-à-dire strictement indépendante du temps : un trou noir laissé à lui-même est immuable et éternel.

La propriété géométrique la plus remarquable est son horizon. Il s'agit d'une sphère de surface  $4\pi r_s^2$ , où  $r_s$  est le rayon de Schwarzschild (en-deça duquel

rien ne peut s'échapper). Celui-ci est proportionnel à la masse  $M$  du trou noir puisque  $r_s = 2GM/c^2$ , où  $G$  est la constante de gravitation de Newton et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. Cette sphère fait partie du cône de lumière futur, car les rayons lumineux émis dans la direction radiale extérieure à partir de cette sphère se propagent le long de celle-ci, au lieu de diverger les uns des autres comme c'est le cas dans l'espace-temps plat (*voir la figure ci-dessus à droite*).

Cette propriété est l'une des manifestations de la courbure de l'espace-temps d'un trou noir. Elle permet de comprendre pourquoi la région interne est une région piégée dont aucun signal ne peut sortir. En relativité, rappelons qu'aucun signal ne peut se propager plus vite que la lumière. Cette règle générale implique qu'aucun signal ne peut sortir de l'horizon, celui-ci faisant partie du cône du lumière sortant. Soulignons aussi le fait que la géométrie au voisinage de l'horizon est parfaitement régulière : pour un observateur qui tomberait dans un trou noir, il n'observerait rien de particulier en le franchissant.

La dernière propriété importante concerne le taux d'extinction des signaux lumineux émis par des objets qui vont franchir l'horizon. On montre que la lumière reçue par un observateur loin du trou noir décroît de façon exponentielle avec un temps de demi-vie  $t_k$  correspondant au temps que prend la lumière pour parcourir une distance égale à  $2r_s$ . Les

rayons lumineux s'éloignent de façon exponentielle de l'horizon avec un temps caractéristique précisément égal à  $t_k$ . Celui-ci caractérise l'intensité des effets gravitationnels au voisinage de l'horizon et jouera un rôle déterminant dans ce qui suit.

### La diffusion des ondes lumineuses

La propagation des ondes lumineuses est gouvernée par une équation différentielle dite de d'Alembert. En étudiant le comportement de ses solutions au voisinage de l'horizon d'un trou noir, on généralise l'étude des rayons lumineux fondée sur l'optique géométrique (voir la figure page ci-contre, à droite). En effet, celle-ci est une approximation de l'optique ondulatoire fondée sur l'équation de d'Alembert. À l'aide de cette description plus précise, on peut étudier la propagation de paquets d'onde.

On montre ainsi qu'un paquet initialement situé dans le voisinage immédiat de l'horizon se sépare en deux (voir la figure ci-dessous). Un premier paquet s'éloigne du trou noir en suivant les trajectoires sortantes décrites à l'aide de l'équation de d'Alembert, tandis que son partenaire se dirige vers la singularité à l'intérieur de l'horizon. Ce résultat général se précise lorsque l'on intègre deux éléments supplémentaires. D'une part, puisque la géométrie est statique, les paquets d'ondes peuvent se décomposer en ondes monochromatiques de fréquence  $\nu$  constante. D'autre part, quand on impose à chaque onde monochromatique d'être régulière sur l'horizon (mathématiquement, des solutions irrégulières existent, mais elles ne jouent pas de rôle en physique), le rapport des amplitudes de l'onde sortante et de son partenaire piégé est complètement fixé. Ce rapport  $R(\nu)$  caractérise précisément la diffusion des ondes par un horizon. Il ne dépend que de la fréquence et du demi-temps de vie  $t_k$  : il est donné par l'exponentielle du produit de ces deux quantités multipliée par  $\pi$ . Le calcul de ce rapport constitue la première prédiction de Hawking et elle a été récemment confirmée pour des analogues de trous noirs dans des fluides en mouvement (voir l'encadré page suivante).

Soulignons enfin que cette diffusion est dite anormale, car elle conduit à une amplification des ondes plutôt qu'à une répartition de l'énergie de l'onde incidente comme dans le cas général. Ce type d'amplification est nommée paramétrique pour souligner qu'elle résulte du changement d'un paramètre du système (ici, la courbure de l'espace-temps) et non pas d'une source d'énergie extérieure. Le caractère exceptionnel, mais pas unique, de la diffusion des ondes sur l'horizon d'un trou noir est ainsi établi et caractérisé.

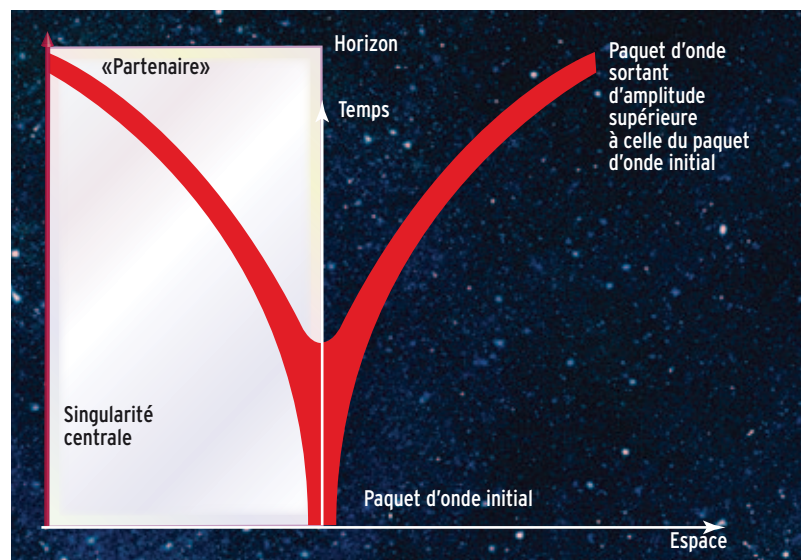
Les propriétés physiques de la lumière peuvent être analysées dans le cadre classique de l'équation de d'Alembert, mais on a parfois besoin de se placer dans le cadre plus général de la mécanique

quantique. Ainsi le cadre classique est suffisant pour décrire la propagation de l'énergie lumineuse du Soleil vers la Terre ou la diffusion des ondes par un trou noir analogue. Dans les deux cas, l'approximation classique est justifiée, car les corrections apportées par la mécanique quantique sont négligeables. À l'inverse, lorsque l'on étudie des phénomènes mettant en jeu un petit nombre de photons (des quantas de lumière), seule la mécanique quantique décrit correctement les observations.

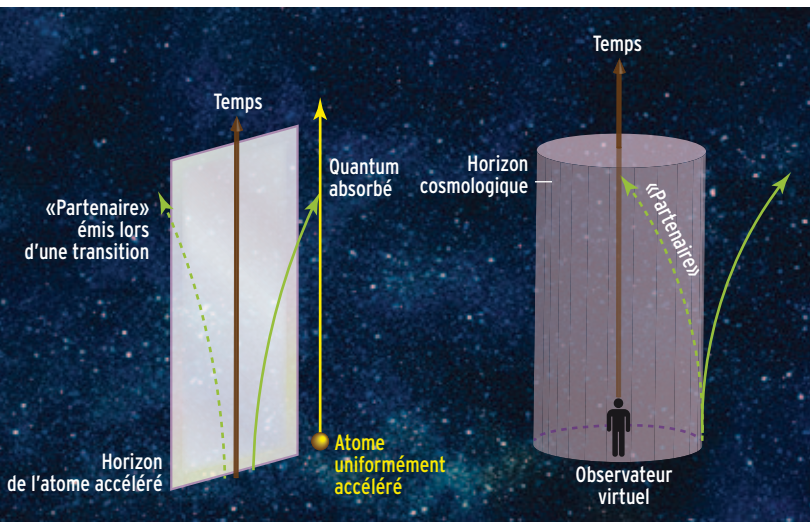
### Les effets quantiques

Les descriptions classique et quantique divergent d'autant plus que le nombre de photons (et plus généralement de particules) est petit. Leur désaccord est maximal quand on décrit les phénomènes spontanés qui ont lieu dans le vide. Dans la vision classique, en l'absence de lumière, aucun phénomène optique n'a lieu, alors que dans le cadre quantique, même en l'absence de photons, le champ de radiation fluctue de façon stationnaire. Ces fluctuations dites du vide ont une amplitude minimale dont la valeur moyenne est fixée par  $\hbar$  la constante de Planck. Lorsque le champ de radiation n'est pas sollicité par un autre système physique, tel un atome, ces fluctuations ne se manifestent pas : le vide est alors un état stationnaire où il ne se passe rien. En revanche, lorsque l'on couple le champ de radiation à un atome excité, ces fluctuations déstabilisent l'atome, il y a un transfert d'énergie et un photon est émis. On parle de processus spontanés, par opposition aux processus induits par la lumière que l'on trouve en optique, pour souligner le fait qu'aucun photon pré-existant ne déclenche le processus.

La radiation de Hawking est un exemple de processus spontané sans équivalent classique. En



LA DIFFUSION ANORMALE des ondes lumineuses. Un paquet d'ondes initialement situé dans le voisinage immédiat de l'horizon se sépare en deux : une partie s'éloigne du trou noir et l'autre tombe vers la singularité centrale. Cette diffusion est inhabituelle, car l'amplitude de l'onde sortante est plus grande que celle du paquet initial.



L'EFFET UNRUH (à gauche). L'espace-temps de Minkowski est représenté tel qu'il est perçu par un atome uniformément accéléré et on utilise un système de coordonnées tel que cet atome y soit au repos : sa trajectoire est une droite verticale (en jaune). Dans ce système, les trajectoires suivies par les rayons lumineux (en vert) sont similaires à ce qu'elles seraient près de l'horizon d'un trou noir. À un instant donné, l'horizon est un plan infini et non plus une sphère : ce plan est comme la limite d'un horizon de trou noir lorsque son rayon de Schwarzschild tend vers l'infini. L'espace-temps DE SITTER (à droite) est représenté dans un système de coordonnées centré sur l'observateur inertiel dont la trajectoire est ici une droite verticale. L'horizon est une sphère centrée sur cette droite qui entoure l'observateur. Celui-ci reçoit le «partenaire» du photon qui s'échappe à l'infini. Le spectre de ces deux photons est identique et thermique.

effet, dans la description classique, les trous noirs laissés à eux-mêmes n'émettent aucune lumière et sont donc définitivement noirs. Toutefois, en mécanique quantique, la diffusion anormale des ondes au voisinage de l'horizon amplifie les fluctuations du vide, ce qui se traduit par des émissions spontanées de paires de photons. Au sein de chaque paire, l'un des photons s'échappe du trou noir et participe à la radiation de Hawking, l'autre, son partenaire, reste piégé à l'intérieur du trou noir (voir la figure page précédente). La conséquence de cette production est la diminution de la masse du trou noir. On peut donc concevoir un trou noir comme un système

macroscopique qui se dirigerait progressivement vers son état fondamental en émettant un très grand nombre de photons.

Dans le second volet de son travail, S. Hawking démontre que l'effondrement gravitationnel d'une étoile entraîne, après une période transitoire, l'émission d'un flux constant de photons dont le spectre est précisément fixé par le rapport  $R(\nu)$ . On constate donc que la mécanique quantique récupère les propriétés classiques de la diffusion tout en leur conférant une nouvelle interprétation : en l'occurrence, la diffusion anormale des ondes conduit à une production spontanée de paires de photons. Ce résultat est général, la radiation de Hawking n'étant qu'une illustration parmi d'autres exemples, que l'on peut trouver en optique quantique.

## Les états microscopiques des trous noirs.

Hawking avait précédemment démontré que le rapport  $R(\nu)$  dépend de façon exponentielle du produit de la fréquence et du temps de demi-vie  $t_k$ . Au niveau quantique, ceci implique, d'une part, que le spectre des photons émis est thermique et, d'autre part, que la température est fixée par  $t_k$ . En d'autres termes, un trou noir rayonne à la façon d'un objet chauffé à cette température. Cette dernière est inversement proportionnelle à la masse du trou noir.

En combinant ce résultat avec les lois de la thermodynamique des trous noirs, S. Hawking a validé l'idée de J. Bekenstein selon laquelle les trous noirs ont une entropie proportionnelle à la surface de leur horizon. Plus précisément, les calculs montrent que leur entropie est égale au quart de l'aire de leur horizon exprimée en longueur de Planck au carré. Rappelons que les unités introduites par Planck sont naturelles dans le sens où elles ne dépendent que des quantités fondamentales  $c$ ,  $G$  et  $\hbar$  qui caractérisent respectivement la vitesse de la lumière en relativité, la constante de gravitation de Newton et la constante de Planck de la mécanique quantique. Cette longueur de Planck est de l'ordre de  $10^{-35}$  mètre. Le rayon d'un trou noir d'une masse solaire étant de l'ordre de 100 000 kilomètres, cet astre est doté d'une entropie gigantesque, bien supérieure à celle du soleil.

Cette découverte d'une entropie des trous noirs soulève plusieurs questions. L'une d'elles est : quels sont les états microscopiques dont le grand nombre serait à l'origine de l'entropie des trous noirs ? De nombreuses propositions ont été avancées, mais aucune n'est satisfaisante.

Une deuxième question concerne le destin d'un trou noir. Puisque la radiation émise entraîne une diminution de la masse, un trou noir plongé dans le vide s'évapore progressivement. De plus, comme sa température est inversement proportionnelle à

## LES TROUS NOIRS ANALOGUES

En 1981, William Unruh, de l'Université de Colombie Britannique, à Vancouver, au Canada, a montré que la propagation d'ondes sonores dans un fluide en mouvement (où l'écoulement devient supersonique) ressemble fort à celle de la lumière au voisinage de l'horizon d'un trou noir (voir Les trous noirs acoustiques, page xxx). On obtient alors un trou noir analogue. La correspondance est à ce point précise qu'en étudiant les ondes sonores, on retrouve l'ensemble des propriétés des ondes lumineuses. Dès lors, on peut tester expérimentalement les prédictions faites en 1974 par S. Hawking.

Ainsi, en 2010, lors d'une expérience effectuée à Vancouver sur des ondes de surface dans un canal à houle d'une dizaine de mètres de longueur, le rapport  $R(\nu)$  des amplitudes des ondes diffusées a été mesuré. Le résultat a confirmé la prédiction de S. Hawking sur la diffusion des ondes par un horizon. Plusieurs expériences sont en cours pour valider le second volet du travail de S. Hawking, cette fois sur les effets quantiques spontanés conduisant à l'émission d'un flux thermique.

sa masse, ce processus d'évaporation s'accéléra et deviendra explosif. Que restera-t-il à la fin ? Un mini trou noir, une singularité nue qui serait le vestige de la singularité centrale, ou encore rien du tout ? On doit ici reconnaître notre incapacité à y répondre.

La principale raison de cet échec résulte de l'absence d'une théorie quantique de la gravitation qui soit véritablement prédictive. Une autre raison serait que la radiation de Hawking est un cas particulier d'une classe de phénomènes quantiques qui dépasse la physique des seuls trous noirs. Ainsi, selon Theodore Jacobson, de l'Université du Maryland, les lois de la thermodynamique des trous noirs pourraient n'être qu'un cas particulier de lois thermodynamiques qui s'appliqueraient en chaque point de l'espace-temps. Hélas, par cette audacieuse généralisation, les questions posées par la radiation de Hawking se retrouvent elles aussi généralisées, et toujours sans réponse.

Présentons maintenant deux effets quantiques qui ont été découverts à la suite du travail de S. Hawking. Ils permettent de distinguer ce qui dans la radiation de Hawking est propre à la physique des trous noirs de ce qui ne l'est pas.

### L'effet Unruh

Dès sa parution, le travail de S. Hawking a suscité un grand intérêt et de nombreux développements dont le dénominateur commun est la présence d'un horizon qui sépare l'espace-temps en deux régions « étanches ». Dans ces situations, on trouve des effets thermiques dont la température est fixée par le temps de demi-vie  $t_k$  associé à l'horizon.

En 1976, William Unruh, aujourd'hui à l'Université de Colombie Britannique, à Vancouver, au Canada, a découvert un effet qui offre de nombreuses similitudes avec la radiation des trous noirs. Un atome qui se déplace de façon inertielle (rectiligne et uniforme) dans l'espace-temps de Minkovski (la relativité générale n'est pas prise en compte) reste à jamais dans son état fondamental tant que le champ de radiation auquel il est couplé est vide de photon. En présence de photons, cet atome peut bien sûr absorber l'un d'eux et devenir excité. Mais lorsqu'il suit une trajectoire non-inertielle (il est accéléré), même plongé dans le vide, l'atome peut s'exciter spontanément en émettant un photon. Une telle transition est semblable à la production spontanée de paires de photons associées à l'effet Hawking. Notons qu'une partie de l'énergie mécanique utilisée pour imposer la trajectoire est dissipée par ces transitions, comme l'est la masse d'un trou noir.

Lorsque la trajectoire est uniformément accélérée, W. Unruh a montré que cet atome perçoit le vide de photons comme s'il contenait un bain de photons isotrope et thermique avec une température proportionnelle à son accélération  $a$  (celle-ci

est reliée au temps de demi-vie  $t_k$  par  $a = c/t_k$ ). Ce résultat peut se comprendre ainsi : suite à son accélération, l'atome perçoit un horizon où les ondes du champ de radiation auquel il est couplé sont diffusées exactement de la même façon que le sont les ondes près de l'horizon d'un trou noir (voir la figure page précédente). Pour cet atome, tout se passe comme si il y avait dans l'espace-temps de Minkowski un horizon qui émette un rayonnement thermique, à l'instar de l'horizon d'un trou noir. On en déduit que la radiation de Hawking n'est pas tant associée aux trous noirs eux-mêmes qu'à leur horizon, et à la façon dont celui-ci est perçu par des observateurs éloignés. Cette leçon est renforcée par l'exemple suivant.

### Dans l'espace de De Sitter

L'espace-temps de De Sitter est un espace cosmologique plutôt simple, car le paramètre  $H$  de la loi de Hubble ( $v = Hd$ ) qui relie la vitesse de récession  $v$  des galaxies éloignées d'une distance  $d$  ne dépend pas du temps. Précisons que dans notre univers la valeur de  $H$  n'a fait que décroître. Un observateur inertielle plongé dans cet univers perçoit un horizon sphérique dont le rayon  $r_H$  (l'équivalent du rayon de Schwarzschild pour un trou noir) est égal à  $c/H$ . Ce rayon est donc à une distance telle de l'observateur que la vitesse de récession y est égale à la vitesse de la lumière  $c$ .

Cet horizon est centré sur la trajectoire de l'observateur inertielle, ce qui pourrait lui donner l'illusion qu'il est placé au centre de l'Univers (voir la figure précédente). Imaginons que cet observateur est muni d'un atome, tel celui utilisé pour mettre en évidence l'effet Unruh. Il constatera que cet atome atteint spontanément une température fixée par  $H$  tout comme celle de l'effet Unruh l'était par l'accélération  $a$ , et celle de Hawking par le temps de demi-vie  $t_k$ .

Cette correspondance révèle que l'on a affaire à un même phénomène placé dans trois situations différentes. Ce constat est renforcé par le fait que les lois de la thermodynamique des trous noirs s'appliquent aussi à l'horizon cosmologique de De Sitter. On est donc parfaitement en droit de se re-poser la question : quels sont les états microscopiques dont le grand nombre serait à l'origine de l'entropie cet horizon ?

La difficulté est ici de taille, car cet horizon n'est pas là *en-soi*, il n'est perçu comme tel que par l'observateur inertielle en question. Ce fait troublant soutient les conjectures selon lesquelles l'entropie d'un horizon quantifierait les états microscopiques inaccessibles aux observateurs qui perçoivent cet horizon, et donc *in fine* que l'entropie d'un trou noir ne serait que l'entropie de son horizon perçu par des observateurs éloignés. *Une ou deux phrases de conclusion ?* ■

livres

articles

internet